Book of abstracts of the

8^{th} International Algebraic Conference in Ukraine

Dedicated to the memory of
Professor Vitaliy Mikhaylovich Usenko

Editors

Yu. A. Drozd, V. V. Kirichenko, B. V. Novikov

July 5 – 12, 2011
Lugansk Taras Shevchenko
National University
Ukraine

УДК 512(063)
ББК 22.13-15+22.176
С23

8-ма Міжнародна алгебраїчна конференція в Україні: збірник тез (англійською мовою) — Луганськ: Видавництво Луганського національного університету імені Тараса Шевченка, 2011. — 320 с.

С23 **8-ма Міжнародна алгебраїчна конференція в Україні:** збірник тез (англійською мовою) — Луганськ: Видавництво Луганського національного університету імені Тараса Шевченка, 2011. — 320 с.

У збірнику містяться матеріали 8-ої Міжнародної алгебраїчної конференції в Україні, присвяченої 60-річчю від дня народження професора Віталія Михайловича Усенка.

Тези поділені на наступні тематичні розділи: алгебраїчні аспекти теорії диференціальних рівнянь; алгебраїчна геометрія та топологія; аналітична та алгебраїчна теорія чисел; комп'ютерна алгебра та дискретна математика; групи та алгебраїчна динаміка; зображення та лінійна алгебра; кільця та модулі; напівгрупи та алгебраїчні системи.

Book of abstracts of the 8th International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 60th anniversary of Professor Vitaliy Mikhaylovich Usenko.

Abstracts in the book are divided to the following topical sections: algebraic aspects of the theory of differential equations; algebraic geometry and topology; analytic and algebraic theory of numbers; computer algebra and discrete mathematics; groups and algebraic dynamics; representations and linear algebra; rings and modules; semigroups and algebraic systems.

УДК 512(063)
ББК 22.13-15+22.176
С23

Підписано до друку рішенням Вченої ради
Луганського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № 11 від 27 травня 2011 р.)

8th International Algebraic Conference
July 5—12 **(2011)**, Lugansk, Ukraine

SHORT COMMUNICATION

On endomorphism semigroups of the some relational systems

E. A. Romanenko

Let $\langle A; \circ\rangle$ be an arbitrary groupoid, $R_\circ$ is a ternary relation corresponding to $\circ$ operation. Then $(a, b, c) \in R_\circ$ if and only if $a \circ b = c$ for all $a, b, c \in A$. Define on the set $R_\circ$ equivalence relations $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ such that

$$((x_1, x_2, x_3),(y_1, y_2, y_3)) \in \varepsilon_i \Leftrightarrow x_i = y_i \quad (i = 1, 2, 3).$$

Denote by $\mathrm{End}(R_\circ)$ endomorphism semigroup of the relational system $\langle R_\circ; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\rangle$. And let $\mathfrak{A}$ be the class of groupoids such that corresponding relational system satisfies the following condition:

$$(\varepsilon_1 \cap \varepsilon_3) \vee (\varepsilon_2 \cap \varepsilon_3) = \varepsilon_3.$$

For example, class $\mathfrak{A}$ contains all transformation semigroups of a finite set that have rank less then the power of this set.

Recall that [1], an ordered triple $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ of the transformations of the set A is called *an endotopism* of the groupoid $\langle A; \circ\rangle$, if the equality $\varphi_3(a \circ b) = \varphi_1(a) \circ \varphi_2(b)$ holds for all $a, b, c \in A$. Denote by $G(A)$ endotopism semigroup [1] of the groupoid $\langle A; \circ\rangle$.

Theorem. *Let $\langle A; \circ\rangle$ and $\langle A'; *\rangle$ be groupoids of the class $\mathfrak{A}$, $\langle R_\circ; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\rangle$ and $\langle R_*; \varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \varepsilon'_3\rangle$ — corresponding relational systems. Semigroups $\mathrm{End}(R_\circ)$ and $\mathrm{End}(R_*)$ are isomorphic if and only if, the system $\langle R_\circ; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\rangle$ is isomorphic to the system $\langle R_*; \varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \varepsilon'_3\rangle$ or to the system $\langle R_*; \varepsilon'_2, \varepsilon'_1, \varepsilon'_3\rangle$.*

From the previous Theorem, using results obtained in [1], we get the following

Theorem. *Let $\langle A; \circ\rangle$ and $\langle A'; *\rangle$ are groupoids of the class $\mathfrak{A}$. Endotopism semigroups $G(A)$ and $G(A')$ are isomorphic if and only if, the groupoids $\langle A; \circ\rangle$ and $\langle A'; *\rangle$ are isotopic.*

From the Bruck's Theorem [2] and the previous Theorem we obtain the next

Theorem. *Let $\langle A; \circ\rangle$ and $\langle A'; *\rangle$ are groupoids of the class $\mathfrak{A}$, and $\langle A; \circ\rangle$ — semigroup with identity. Endotopism semigroups $G(A)$ and $G(A')$ are isomorphic, if and only if semigroup $\langle A; \circ\rangle$ is isomorphic to groupoid $\langle A'; *\rangle$, and, therefore, $\langle A'; *\rangle$ is the semigroup with identity.*

References

[1] Popov B. V. Endomorphism semigroups of an μ-ary relation, Uch. zap. LGPI im. A.I. Gercen, v. 274 (1965), 184—201. (In Russian).

[2] Bruck R. H. Contributions to the theory of loops. - Trans. Amer. Math. Soc., 1946, 60, 245—354.

CONTACT INFORMATION

E. A. Romanenko Department of General Mathematics, Lugansk National Taras Shevchenko University
E-Mail: elena-romanenko0@rambler.ru