



«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»
ректор ДЗ
«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»
проф. Олена Караман
2023 р.

Голова засідання – завідувач кафедри алгебри та системного аналізу, д. ф.-м. н., проф. Жучок Ю.В.

ПРИСУТНІ: проректор з науково-педагогічної роботи, д. ф.-м. н., професор Жучок А.В.; завідувач кафедри алгебри та системного аналізу, д. ф.-м. н., професор Жучок Ю.В.; к. ф.-м. н., доцент Жучок Ю.В.; к. ф.-м. н., старший викладач Тоїчкіна О.О., д. ф.-м. н., доцент Сохацький Ф.М., д. ф.-м. н., професор Бедратюк Л.П., к. ф.-м. н., старший викладач ДонПУ ім. В. Стуса Фриз І.В., к. ф.-м. н., доцент кафедри захисту інформації Вінницького технічного університету Шеленало Г.В., старший лаборант кафедри алгебри та системного аналізу Черкасова Л.С., аспіранти спеціальності 111 Математика Цись Я.В., Ладик А.О., Крикля Я.А., магістранти спеціальності 014 «Середня освіта (Математика)» Шевченко М.С., Марченко Г.П.

ПОРЯДОК ДЕННИЙ апробація дисертаційної роботи аспіранта кафедри алгебри та системного аналізу Луценко А. В. «Квазігрупи з властивостями оборотності» підготовленої на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика.

Захід проведений в онлайн-форматі на платформі Zoom.

Науковий керівник: Сохацький Федір Миколайович
д. ф.-м. н., доц., Донецький національний університет імені Василя Стуса.

Дисертація виконувалася на кафедрі алгебри та системного аналізу навчально-наукового інституту фізики, математики та інформаційних технологій ДЗ «Луганський національний університет імені Тараса Шевченка».

СЛУХАЛИ:

Луценко А.В. у своїй доповіді представила основні результати дисертаційної роботи:

Шановний голово, шановні члени фахового семінару, шановні присутні! Вашій увазі надаються результати дослідження за темою «**Квазігрупи з властивостями оборотності**».

Дисертаційна робота присвячена вивченню квазігруп з властивостями оборотності. З розвитком криптографії та пошуком нових методів захисту інформації з'явилася можливість використання таких неасоціативних структур, як квазігрупи. Це призвело до необхідності створення та побудови структурованої теорії квазігруп. Квазігрупи мають різноманітні застосування у диференціальній геометрії, теорії автоматів, фізиці, теорії планування експериментів, теорії кодування, криптографії та інших науках, суміжних з математикою.

У зв'язку з комп'ютеризацією практично всіх сфер життя, стрімко зросла потреба в захисті інформації, а тому і в розробці нових методів шифрування. Кількість квазігруп уже 12-го порядку неможливо підрахувати навіть на сучасних комп'ютерах, тому перебір їх неможливий. У той же час, квазігрупи є оборотними функціями. Функція f називається оборотною або квазігруповою, якщо вона є правооборотною та лівооборотною. На множині бінарних операцій розглядаються дві операції, які називаються лівим та правим множенням, обидві ці операції асоціативні, нейтральними елементами є лівий та правий селектори відповідно. Бінарна операція називається оборотною, якщо вона є оборотним елементом в кожному з цих моноїдів. Ліве і праве ділення є оберненими елементами в цих моноїдах, а сама вимога оборотності є іншим записом тотожностей, що визначають квазігрупу. Ці та інші особливості квазігруп є підставою для ефективного застосування квазігруп при вирішенні різних проблем як шифрування (розшифрування), так і кодування (декодування) інформації. Хоча квазігрупи уже мають багату історію застосування в криптографії, перспектива також не менш обнадійлива. Досить повний огляд і аналіз цих процесів можна знайти в працях В. Білоусова, Г. Плогфельдер, Р. Сміта.

Велика кількість квазігруп дозволяє для кожної проблеми виділити класи квазігруп з більш ефективним її розв'язанням. Однією з таких проблем є швидкість обробки інформації. Тому для розшифрування інформації доцільно використовувати квазігрупи з оборотністю елементів, в яких відповідна обернена операція (парастроф) виражається через головну операцію і деяку одномісну функцію, яка названа функцією оборотності.

Луни з такими властивостями тісно пов'язані з деякими найбільш широко вивченими класами лун, такими як луни Муфанг, луни Бола, луни Брука тощо.

Постає питання про існування класів квазігруп з властивостями оборотності з ефективним застосуванням не лише в криптографії, а й в інших галузях науки. А це, в свою чергу, спричинює потребу знаходження нових класів квазігруп з властивостями оборотності, їх класифікації та

розробки інструментів для детального дослідження. З алгебричної точки зору найбагатший інструмент для дослідження мають многовиди квазігруп, тобто класи алгебр, які визначаються тотожностями, позаяк саме такі класи замкнені стосовно прямих добутків, гомоморфних образів та підалгебр.

Об'єктом дослідження є квазігрупи з властивостями оборотності та многовиди, які вони визначають.

Предметом дослідження є множини трансляцій квазігруп, відповідні многовиди квазігруп з властивостями оборотності, їх парастрофні орбіти та групові ізотопи.

Метою дослідження є отримання зв'язку квазігруп з властивостями оборотності з множинами трансляцій, відповідними многовидами та класифікація групових ізотопів.

Відповідно до мети та предмета дослідження визначено такі **завдання**:

дослідити зв'язок між рівностями множин трансляцій та знайти відповідні многовиди квазігруп;

класифікувати отримані многовиди квазігруп за парастрофною рівносильністю;

знайти тотожності, які визначають дані многовиди;

знайти функції оборотності для кожного многовида;

класифікувати групові ізотопи за отриманими властивостями оборотності;

описати матричні квазігрупи з властивостями оборотності.

Дисертаційна робота має теоретичний характер і присвячена вивченню квазігруп з властивостями оборотності, відповідних тотожностей та многовидів, які вони визначають.

Проаналізовано множини трансляцій, введено поняття напрямку трансляції та напрямку множини трансляцій. Розглянуто всі можливі рівності множин трансляцій різних напрямків і систематизовано їх, скориставшись законами парастрофної симетрії.

Систематизовано класи квазігруп з властивостями оборотності у відповідності до рівностей множин трансляцій. Доведено, що таких класів є дев'ять, три з яких відомі — це клас лівих IP , правих IP квазігруп та клас CIP квазігруп. Ці дев'ять класів розподілені на три парастрофні орбіти по три многовиди в кожній. Введено поняття середньої IP квазігрупи; лівої і правої CIP квазігруп; лівої, правої і середньої дзеркальних квазігруп.

Доведено, що всі отримані класи є многовидами, знайдено відповідні тотожності, які їх описують та для кожного многовида знайдено явний вигляд функції оборотності.

Дано повну класифікацію групових ізотопів за отриманими властивостями оборотності, тобто знайдено необхідні і достатні умови, за яких груповий ізотоп матиме властивість оборотності (IP), схрещеної оборотності (CIP) та дзеркальності (MP). Побудовано відповідні напівренітки групових ізотопів з властивостями оборотності.

Описано матричні IP квазігрупи та SIP квазігрупи, досліджено матричні IP квазігрупи 4-го та 9-го порядків, зокрема знайдено кількісну характеристику матричних IP квазігруп 4-го порядку.

Здобуті у дисертації результати можуть бути застосованими в алгебрі, топології, геометрії, комбінаториці, дискретній математиці тощо, а також для подальших досліджень в теорії квазігруп і функційних рівнянь.

При подальших дослідженнях можна застосовувати закони парастрофної симетрії й отримані в дисертації методи вивчення до класифікації квазігруп з властивостями оборотності, які не визначаються рівностями множин трансляцій. А саме, знаходження парастрофних орбіт, побудови напівгруп квазігруп з властивостями оборотності та їх застосувань тощо.

Проведене дослідження не вичерпує всіх аспектів наукової проблеми. У перспективі доцільно дослідити можливості застосування квазігруп з властивостями оборотності для шифрування та дешифрування інформації. Доповідь закінчено. Дякую за увагу!

Запитання, що стосуються доповіді та відповіді на них:

Д. ф.-м. н., проф. завідувач кафедри алгебри та системного аналізу Жучок Ю. В.: У роботі Ви використовуєте метод парастрофної симетрії, розкрийте його більш детально.

Луценко А. В.: Дякую за запитання. Дозвольте надати відповідь. Метод парастрофної симетрії введений в праці «Парастрофна симетрія» Сохацьким Ф.М.

Якщо симетрична група S_3 діє на множині оборотних операцій, тоді цю дію називають *парастрофною*. σ – парастрофом квазігрупового класу \mathcal{A} називають клас ${}^\sigma\mathcal{A}$, який є сукупністю всіх σ – парастрофів квазігруп із класу \mathcal{A} . Тотожність, яка отримана з даної заміною головної операції на її σ^{-1} – парастроф, називають σ – парастрофом квазігрупової тотожності. Сохацьким Ф.М. встановлена така теорема: Якщо многовид \mathcal{A} визначається тотожностями, то многовид ${}^\sigma\mathcal{A}$ визначається σ – парастрофами цих тотожностей.

Д. ф.-м. н., професор кафедри алгебри та системного аналізу, проректор з науково-педагогічної роботи Жучок А. В.: Розкрийте стисло основні визначення, які були введені в ході виконання Вашого дослідження.

Луценко А. В.: Дякую за запитання. Дозвольте надати відповідь. Під час дослідження було введено означення середньої IP квазігрупи, лівої, правої SIP квазігруп та дзеркальних квазігруп:

Квазігрупа називається *середньою IP (MIP) квазігрупою*, якщо існує перетворення μ цієї квазігрупи таке, що виконується рівність $x \cdot y = \mu(y \cdot x)$.

Квазігрупа $(Q; \cdot)$ називається: *середньою СІР квазігрупою, лівою СІР квазігрупою, правою СІР квазігрупою*, якщо існують такі її перетворення ψ , γ , які назвали функціями оборотності, що для всіх x та y виконуються відповідні рівності: $\psi(x) \cdot yx = y$; $yx \cdot y = \psi(x)$; $y \cdot xy = \gamma(x)$.

Квазігрупа $(Q; \cdot)$ називається: *середньою дзеркальною квазігрупою, лівою дзеркальною квазігрупою, правою дзеркальною квазігрупою*, якщо існують такі її перетворення φ , δ , ξ , які назвали функціями оборотності, що для всіх x та y виконуються відповідні рівності:

$$\varphi(x) \cdot y = y \cdot x; \quad y \cdot yx = \delta(x); \quad xy \cdot y = \xi(x).$$

К. ф.-м. н., ст. викладач Тоїчкіна О. О.: Які є можливості застосування квазігруп з властивістю оборотності для захисту інформації?

Луценко А. В.: Дякую за запитання. Дозвольте надати відповідь. Захист інформації на сьогодні є актуальним не лише у військовій справі, а й в сучасних галузях економіки, таких як банківська справа, інтернет, бази даних тощо. Кожна з задач, які виникають, має свій час секретності і свої вимоги до швидкодії шифрування та дешифрування. А звідси впливає застосування різних галузей математики, таких як теорії чисел, груп, кілець, полів, еліптичних кривих, до розв'язання цих проблем.

Причому майже всі відомі конструкції кодів, криптографічних алгоритмів і систем шифрування застосовують асоціативні алгебраїчні структури. З розвитком криптографії та пошуком нових методів захисту інформації все більше уваги приділяється застосуванню теорії неасоціативних об'єктів, таких як теорія квазігруп та їх узагальнення.

При забезпеченні швидкодії шифрування та дешифрування інформації важливе значення відіграють квазігрупи, в яких парастрофи виражаються через головну операцію і деяку функцію, яка названа функцією оборотності.

Зокрема, застосування квазігруп з властивостями оборотності відображене в працях А. Кідвелла та В. Щербакова. Серед знайдених дев'яти многовидів є квазігрупи з властивістю схрещеної оборотності, які мають певні властивості, що роблять їх особливо придатними для застосування в криптографії. У праці А. Кідвелла описано деякі застосування квазігруп з властивістю схрещеної оборотності з довгим оборотним циклом та побудовано приклад.

Д. ф.-м. н., професор кафедри алгебри та системного аналізу, проректор з науково-педагогічної роботи Жучок А. В.: Чи розглянули Ви всі квазігрупи, які мають властивість оборотності? Чи для всіх квазігруп з властивостями оборотності можна знайти функцію оборотності в конкретному прикладі?

Луценко А. В.: Дякую за запитання. У дослідженні ми розглядали лише квазігрупи з властивостями оборотності, які задовольняють характеристичну властивість, що множини трансляцій різних напрямків збігаються. Оскільки в Розділі 2 в теоремі було знайдено формули для обчислення функцій оборотності для дев'яти многовидів квазігруп з

властивостями оборотності, то це значно спростило пошук функцій оборотності в конкретному прикладі також.

Д. ф.-м. н., проф. завідувач кафедри алгебри та системного аналізу Жучок Ю. В.: У доповіді Ви представили матричні квазігрупи з властивостями оборотності. Понаведіть приклади матричних квазігруп, які мають властивість IP .

Луценко А. В.: Дякую за запитання. Згідно з теоремою 3.10. дисертації для описання центральних IP квазігруп потрібно розв'язати матричне рівняння $X^2 = E$. Це зроблено в лемі 3.1. над четвертною групою Клейна і як результат дано перелік усіх центральних IP квазігруп над цією групою.

К. ф.-м. н., ст. викладач кафедри прикладної математики Донецького національного університету імені Василя Стуса Фриз І. В.: У Вас з'явилися нові класи квазігруп з властивостями оборотності. А якщо розглядати лун, то чи є нові класи лун?

Луценко А. В.: Дякую за запитання. Розглядаючи класи лун, коли множини трансляцій різних напрямків збігаються, нових класів не отримано. Отримасмо класи лівих та правих IP лун, клас середніх IP лун збігається з класом комутативних лун, клас CIP лун збігається з класом напів симетричних лун і класи дзеркальних лун збігаються з ліво-симетричними, право-симетричними та комутативними лунами.

Д. ф.-м. н., проф. завідувач кафедри алгебри та системного аналізу Жучок Ю. В.: Чи всі отримані класи квазігруп з властивостями оборотності можна розглядати на матричних квазігрупах? Чи можливо є класи, які збігаються.

Луценко А. В.: Дякую за запитання. При дослідженні центральних квазігруп встановлено, що центральна квазігрупа з властивістю дзеркальності є центральною квазігрупою з властивістю IP . А матричні квазігрупи є одним із видів центральних квазігруп, а в деяких випадках (наприклад, лінійні ізоморфізми елементарних абелевих груп) збігаються з матричними квазігрупами. Тому матричні квазігрупи з властивостями оборотності досить розглядати з властивістю IP та CIP .

ВИСТУПИЛИ:

Сохацький Федір Миколайович – науковий керівник, доктор фізико-математичних наук, доцент:

Під час дослідження квазігруп виявилось, що кожна трансляція характеризується двома незалежними параметрами: підстановкою носія та напрямком трансляції. Причому елементи квазігрупи мають властивості лівої оборотності тоді і тільки тоді, коли напрямки лівих трансляцій збігаються з напрямками обернених до них. Інакше кажучи, оборотність елементів в квазігрупі можна охарактеризувати співвідношенням напрямків

трансляцій. Враховуючи важливість квазігруп із оборотністю елементів, перед аспіранткою поставлена задача описання класів квазігруп, в яких напрямки множин трансляцій збігаються.

Дисертантка успішно справилась з поставленою задачею. Вона довела, що серед 30 логічно можливих класів є 9 різних. Для доведення цього факту потрібно було побудувати квазігрупи, які належать одному класу. Але не належать іншому. Для цього Луценко А. опрацювала відомі методи побудови і розвинула їх, а також знайшла свої методи побудови. В своїй дисертації Володимир Ізбан довів, що IP квазігрупи утворюють многовид. Його доведення ґрунтувалось на теоремі Біркгофа. Але відповідних тотожностей він не знайшов.

Дисертантка не лише знайшла тотожності для всіх 9-ти класів, а і функції оборотності для кожного з них.

Луценко А. не лише змогла отримати нові математичні результати, а і належним чином доповісти їх на низці міжнародних конференцій.

Серед позитивних моментів в роботі аспірантки треба особливо відзначити її наполегливість у досягненні поставлених цілей, уміння виділити головне у проблемі і зосереджуватись на цьому у своїй роботі.

У цілому, вважаємо, що Алла Луценко повною мірою сформувалася як науковець, яка на високому рівні виконала дисертаційне дослідження і прощу колег підтримати її роботу.

Рецензент – Жучок Юлія Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри та системного аналізу ДЗ «ЛНУ імені Тараса Шевченка»:

Аналіз змісту дисертаційної роботи дає підстави для висновку про її самостійність, завершеність, аргументованість, високий теоретичний і практичний рівень реалізованого дослідження. Аспірантці вдалося сформулювати авторську позицію з усіх дослідницьких питань.

Луценко А. В. чітко визначено об'єкт, предмет, сформульовано мету та завдання дослідження, обґрунтовано вибір методів дослідження. Структура роботи відрізняється логічною продуманістю, збалансованістю складових частин і корелює з реалізацією основних завдань дослідження.

На підставі висвітленого констатуємо, що всі завдання дослідження автором ретельно вирішено, його результати ґрунтовно перевірені достовірними сучасними методами дослідження; всі положення роботи якісно аргументовані й підкріплені посиланнями на відповідні джерела; висновки, представлені у дисертації, свідчать про цілісність і логічну завершеність дослідження та відповідають поставленим завданням. Дисертація написана доволі грамотно й оформлена згідно чинних вимог.

У цілому позитивно оцінюючи дисертацію Луценко А. В., дозволяємо висловити деякі зауваження й побажання, які виникли в процесі рецензування роботи:

1) У підрозділі 1.3 варто було б звернути увагу, що приклад, наведений В. Білоусовим, доповнено та показано, що квазігрупа має тристоронню властивість оборотності.

2) Наведено відношення парастрофії на трансляціях. Варто було б навести більше прикладів парастрофів трансляцій.

3) Вважаємо, що доцільно було б представити більш чітку авторську позицію щодо тлумачення поняття «напрямку множини трансляцій».

4) У підрозділі 2.4 наведено деякі властивості IP квазігруп, доцільно було б навести деякі властивості SIP квазігруп.

5) Роботу прикрасили б приклади квазігруп з властивостями оборотності не лише на групових ізотопах.

6) Доцільно було б розглянути всі квазігрупи з властивостями оборотності та їх парастрофні орбіти.

Висловлені зауваження й побажання мають рекомендаційний характер.

Загалом вважаю, що дисертація у повному обсязі відповідає вимогам, що висуваються до досліджень, які подаються на науковий ступінь доктора філософії з математики та може бути представлена до захисту.

Голова засідання д. ф.-м. н., проф. **Жучок Юрій Володимирович**, який рекомендував для розгляду та захисту дисертацію Луценко А. В. на здобуття ступеня доктора філософії у разовій спеціалізованій вченій раді.

За результатами обговорення запропонувати до складу спеціалізованої разової ради:

Головою:

1. *Жучка Юрія Володимировича*, доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача кафедри алгебри та системного аналізу Державного закладу „Луганський національний університет імені Тараса Шевченка”, спеціальність 111 Математика, яка відповідає вимогам, визначеним наказом Міністерства освіти і науки України «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» від 12.01.2017 р. № 40 і «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого КМУ від 12.01.2022 р. № 44.

Рецензентом:

2. *Жучок Юлію Володимирівну*, кандидата фізико-математичних наук, доцента, доцента кафедри алгебри та системного аналізу ДЗ „Луганський національний університет імені Тараса Шевченка”, спеціальність 111 Математика, яка відповідає вимогам, визначеним наказом Міністерства освіти і науки України «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» від 12.01.2017 р. № 40 і «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого КМУ від 12.01.2022 р. № 44.

ВИСНОВОК

фахового семінару кафедри алгебри та системного аналізу
про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів
дисертації «Квазігрупи з властивостями оборотності»
здобувача вищої освіти ступеня доктора філософії
за спеціальністю 111 – Математика

1. Актуальність теми та її зв'язок із планами наукових робіт установи. З розвитком криптографії та пошуком нових методів захисту інформації з'явилася можливість використання таких неасоціативних структур, як квазігрупи. Це призвело до необхідності створення та побудови структурованої теорії квазігруп. Квазігрупи мають різноманітне застосування в геометрії, теорії автоматів, фізиці, теорії планування експериментів, теорії кодування, криптографії та інших науках, суміжних з математикою.

У зв'язку з комп'ютеризацією практично всіх сфер життя, стрімко зросла потреба в захисті інформації, а тому і в розробці нових методів шифрування. Кількість квазігруп уже 12-го порядку неможливо підрахувати навіть на сучасних комп'ютерах, тому перебір їх неможливий. В той же час квазігрупи є оборотними функціями. Ці та інші особливості квазігруп є підставою для ефективного застосування квазігруп при вирішенні різних проблем як шифрування (розшифрування), так і кодування (декодування) інформації. Хоча квазігрупи уже мають багату історію застосування в криптографії, перспектива також не менш обнадійлива.

Велика кількість квазігруп дозволяє для кожної проблеми виділити класи квазігруп з більш ефективним її розв'язанням. Однією з таких проблем є швидкість обробки інформації. Тому для розшифрування інформації доцільно використовувати квазігрупи з оборотністю елементів, в яких відповідна обернена операція (нарастроф) виражається через головну операцію і деяку одномісну функцію, яка названа функцією оборотності.

Квазігрупи з властивостями оборотності вивчалися у працях Р. Арці, Р. Осборна, В. Білоусова, Г. Пфлюгфельдер, Ф. Сохацького, В. Щербакова, І. Флоря, Н. Дідурик та ін., багатоманітні квазігрупи вивчалися у працях Ф. Сохацького, Г. Крайнічук, О. Тарковської та ін., застосування квазігруп з властивостями оборотності вивчалися у працях А. Кідвела, В. Щербакова та ін.

У теорії квазігруп розглядаються багато типів властивостей оборотності. Луни з такими властивостями тісно пов'язані з деякими найбільш широко вивченими видами лун, наприклад луни Муфанг, луни Бола та луни Брука.

Власне кажучи, луна є луною Муфанг тоді і тільки тоді, коли всі її ізотопні – це IP луни. Луни з властивостями оборотності мають властивості, які спрощують їх вивчення. Наприклад, в класі IP лун: (1) ліве, праве та середнє ядра збігаються, (2) ізотопні IP луни псевдоізоморфні, (3) ізотопні комутативні IP луни ізоморфні.

Виявилось, що частина відомих класів квазігруп з властивостями оборотності можна визначити за допомогою зсувів у квазігрупі, а саме, як рівність двох множин певних типів однотипних зсувів. Розглянувши всі можливі такі рівності, було встановлено, що всього таких многовидів квазігруп є дев'ять. Три з них, а саме, *LIP*, *RIP* та *CIP*, були відомі і їх вивчення та застосування відображене в багатьох працях. Інші шість многовидів є новими.

Встановлено, що кожний зсув в квазігрупі визначається двома параметрами: підстановкою носія та напрямком. Для визначення напрямку зсуву введено відношення парастрофії між зсувами та вивчено їх властивості. В довільній квазігрупі один і той самий елемент визначає шість зсувів: лівий, правий, середній та обернені до них.

Вище зазначене свідчить про актуальність та обґрунтованість теми дисертації – вивчення квазігруп з властивостями оборотності, знаходження нових многовидів квазігруп з властивостями оборотності, знаходження визначальних співвідношень та побудова напіврешіток квазігруп з властивостями оборотності є актуальними задачами загальної теорії квазігруп та їх застосування.

Дисертаційна робота виконана здобувачкою особисто і містить нові наукові теоретично обґрунтовані результати, які базуються на обраних методологічних підходах і характеризуються науковою новизною, що полягає у дослідженні квазігруп з властивостями оборотності та знаходженні нових многовидів квазігруп з властивостями оборотності.

Дисертацію виконано в межах проблематики науково-дослідної роботи кафедри алгебри та системного аналізу ДЗ «Луганський національний університет імені Тараса Шевченка». Тему затверджено Вченою радою Донецького національного університету імені Василя Стуса (протокол № 14 від 26.06.2020 р.).

2. Особиста участь автора в отриманні конкретних наукових результатів, викладених у дисертації. Дисертація є завершеною науковою працею, виконаною особисто дисертантом у вигляді спеціально підготовленого рукопису, що містить нові наукові положення та висновки, сукупність яких кваліфікується як вагомий внесок у розвиток теорії квазігруп. Основні результати дисертаційної роботи одержано автором самостійно. У праці [1] автору належать теореми 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, наслідки 2, 3; у праці [4] автору належать твердження 2, 6, 8, 10, 12, лема 7. У праці [5] автору належать теореми 4, 5, 6, 7. У праці [3] автору належать наслідки 2, 3, 6, 8, твердження 3, 4.

3. Наукова новизна дослідження отриманих результатів конкретизується у вигляді таких основних наукових результатів:

1. Отримано класи квазігруп з властивостями оборотності за напрямками трансляцій.

2. Описано розподіл відповідних класів квазігруп на парастрофні орбіти (пучки) згідно з законами парастрофної симетрії.

3. Доведено, що ці класи квазігруп з властивостями оборотності є багатомісними та знайдено відповідні тотожності.

4. Знайдено функції оборотності для кожного багатомісного квазігрупу з властивостями оборотності.

5. Знайдено класифікацію групових ізотипів з властивостями оборотності та побудовано відповідні зв'язки багатомісних.

4. Практичне значення дослідження Результати дисертації носять теоретичний характер і можуть застосовуватися: в алгебрі при вивченні квазігрупових тотожностей; у топології при вивченні тотожностей у топологічних квазігрупах і лунах; у геометрії при вивченні сіток та номограм; у дискретній математиці та k -значній логіці при вивченні розкладів багатомісних операцій за допомогою суперпозицій; а також можуть бути корисними в комбінаториці при вивченні латинських квадратів, у криптографії при вивченні оборотних хеш-функцій та написанні секретних ключів, шифрів та кодів. Отримані результати є внеском в теорію неасоціативних структур, теорію квазігруп та в суміжних галузях математики, зокрема в криптографії.

5. Повнота викладення матеріалів дисертації в роботах опублікованих автором. Основні результати дисертації відображено в 16 наукових працях автора, з них: 3 у наукових фахових виданнях України, 2 у зарубіжних виданнях, які індексуються в науково-метричній базі Scopus, 11 у збірниках матеріалів міжнародних, наукових конференцій.

Список опублікованих праць за темою дисертації

Статті в наукових фахових виданнях України:

1. F.M. Sokhatsky, **A.V. Lutsenko**, *The bunch of varieties of inverse property quasigroups*. Visnyk DonNU, A: natural Sciences. 2018, Vol.1-2. P. 56-69.
2. **A.V. Lutsenko**, *Classification of group isotopes according to their inverse properties*. Applied problems of mechanics and mathematics, 2020, Vol. 13, 48-62.
3. Соханський Ф.М., **Луценко А.В.**, Фриз І.В. *Побудова квазігруп з властивістю оборотності*. Математичні методи та фізико-механічні поля. 2021, 64, №4, 5-17.

Статті в періодичних виданнях зарубіжних країн:

4. Fedir Sokhatsky, **Alla Lutsenko**, *Classification of quasigroups according to directions of translations I*. Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2020, Vol.61, No. 4, 567-579. (Scopus)
5. Fedir Sokhatsky, **Alla Lutsenko**, *Classification of quasigroups according to directions of translations II*. Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2021, Vol.62, No. 3, 309-323. (Scopus)

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

6. Федір Сохаський, Алла Луценко, *Пучок многовидів IP-квазігруп*. У: Матеріалах конференції молодих учених "Підстригачівські читання 2019", Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, 27-29 травня 2019. <http://iapmm.lviv.ua/chyt2019/abstracts/Lucenko.pdf>
7. F. Sokhatsky, **A. Lutsenko**. *About group isotope with inverse property*. In: Abstracts of XII International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 215th anniversary of V. Bunyakovsky. Vasyl' Stus Donetsk National University, Vinnytsia, July 2-6, 2019, p. 108.
8. **Alla Lutsenko**. *Definition of invertibility for loops via translations*. In: Abstracts of XII International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 215th anniversary of V. Bunyakovsky. Vasyl' Stus Donetsk National University, Vinnytsia, July 2-6, 2019, p. 65.
9. F. Sokhatsky, **A. Lutsenko**. *A classification of quasigroups according to the sets of translations*. In: Abstracts of the young disciplines "Pidstryhach reading - 2020" Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics (in Ukrainian). Lviv 26-28 May, 2020. <http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Lutsenko.pdf>
10. F. Sokhatsky, **A. Lutsenko**. *Quasigroup varieties with inverse properties*. In: Abstracts of International mathematical conference dedicated to the 60th anniversary of the department of algebra and mathematical logic of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, July 14-17, 2020, p. 75.
11. Ф. Сохаський, **А. Луценко**, «*Парастрофні орбіти многовидів квазігруп з властивостями оборотності*» в матеріалах наукової конференції професорсько-викладацького складу, наукових працівників і здобувачів наукового ступеня за підсумками науково-дослідної роботи за період 2019–2020 рр. Підсекція «Прикладна математика». Донецький національний університет імені Василя Стуса, Вінниця, 2021, с. 294.
12. **Алла Луценко**. *Про групові ізотопи з властивістю схрещеної оборотності*. У: Матеріалах конференції молодих учених "Підстригачівські читання 2021", Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, 26-28 травня 2021. <http://iapmm.lviv.ua/chyt2021/abstracts/Lutsenko.pdf>
13. **A.V. Lutsenko**. «*The bunch of varieties of mirror group isotopes*» In: Abstracts of International Conference of Young Mathematicians, Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kyiv, June 3–5, 2021, p. 29.
14. F. Sokhatsky, **A. Lutsenko**, *Quasigroups with inverse properties* In: Abstracts of 13th International Algebraic Conference in Ukraine, Taras Shevchenko

National University of Kyiv, July 6-9, 2021, P. 78

15. F. Sokhatsky, **A. Lutsenko**, *Matrix quasigroups with invertibility property*. In: The book of abstracts of 29th conference on applied and industrial mathematics dedicated to the memory of Academician Mitrofan M. Cioban. Chisinau, Republic of Moldova, August 25-27, 2022. P. 163-165.
16. Fryz, **A. Lutsenko**, *Orthogonality of matrix quasigroups*. In: The book of abstracts of 29th conference on applied and industrial mathematics dedicated to the memory of Academician Mitrofan M. Cioban. Chisinau, Republic of Moldova, August 25-27, 2022. P. 154-156.

6. Відповідність змісту дисертації спеціальності, за якою вона подається до захисту. За змістом дисертаційна робота Луценко А. В. «Квазігрупи з властивостями оборотності» повністю відповідає спеціальності 111 Математика.

7. Оцінка мови та стилю дисертації. Дисертацію написано грамотною українською мовою, стиль викладання матеріалу відповідає прийнятному в науковій літературі.

8. Рекомендація дисертації до захисту. Дисертація Луценко А. В. «Квазігрупи з властивостями оборотності» відповідає всім необхідним вимогам, визначеним наказом Міністерства освіти і науки України «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» від 12.01.2017 р. № 40 і «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого КМУ від 12.01.2022 р. № 44 та може бути рекомендована до розгляду і захисту у разовій спеціалізованій раді університету за спеціальністю 111 Математика.

Головуючий на засіданні фахового семінару, доктор фізико-математичних наук, професор

Рецензент, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Відповідальний за атестацію PhD, к. пед. н., доц.

Секретар, старший лаборант кафедри алгебри та системного аналізу

