

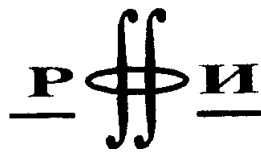
ISSN 2226-8383

Министерство образования и науки Российской Федерации
Российская академия наук
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Московский педагогический государственный университет
Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого
Тульский государственный университет
Чебышевский фонд

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Научно-теоретический журнал

Посвящается столетию со дня рождения профессора
Андрея Борисовича Шидловского



ТОМ XVI

ВЫПУСК 3 (55)

Тула 2015

ББК 22.13
ЧЗ4 Журнал включен в список ВАК "Рецензируемые научные издания (текущие номера которых или их переводные версии входят в международные базы данных и системы цитирования), включенные в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук" от 25.05.2015

Главный редактор В. Н. Чубариков (Россия, г. Москва)

Ответственный секретарь С. А. Пихтильков (Россия, г. Оренбург)

Редакционная коллегия:

В. А. Артамонов (Россия, г. Москва), В. Н. Безверхний (Россия, г. Тула),
В. А. Быковский (Россия, г. Хабаровск), М. М. Глухов (Россия, г. Москва),
Е. С. Голод (Россия, г. Москва), С. А. Гриценко (Россия, г. Москва),
Н. М. Добровольский (зам. гл. редактора, Россия, г. Тула),
В. Г. Дурнев (Россия, г. Ярославль), А. Р. Есяян (Россия, г. Тула),
А. М. Зубков (Россия, г. Москва), В. И. Иванов (Россия, г. Тула),
В. К. Карташов (Россия, г. Волгоград), В. Н. Кузнецов (Россия, г. Саратов),
М. А. Королёв (Россия, г. Москва), В. Н. Латышев (Россия, г. Москва),
А. В. Михалёв (зам. гл. редактора, Россия, г. Москва),
С. П. Мищенко (Россия, г. Ульяновск), Ю. В. Нестеренко (Россия, г. Москва),
А. И. Нижников (зам. гл. редактора, Россия, г. Москва),
А. А. Фомин (Россия, г. Москва), В. Г. Чирский (Россия, г. Москва),
А. Л. Шмелькин (Россия, г. Москва), В. И. Берник (Беларусь, г. Минск),
М. Деза (Франция, г. Париж), П. О. Касьянов (Украина, г. Киев),
А. Лауринчикас (Литва, г. Вильнюс), З. Рахмонов (Таджикистан, г. Душанбе)

Чебышевский сборник: Науч.-теорет. журн. — Т. XVI. Вып. 3(55). —
ЧЗ4 Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2015. — 534 с.

Журнал "Чебышевский сборник" выходит четыре раза в год в одном томе из четырех выпусков.

В журнале публикуются оригинальные и обзорные работы по всем разделам современной математики, а также информационные материалы.

ББК 22.13

УДК 511

*Выпуск осуществлен при финансовой поддержке РФФИ,
грант № 15-01-20264г.*

Журнал распространяется в Российской Федерации и странах СНГ.
Подписка по каталогу «Пресса России» — подписной индекс 10642.

© Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Том 16 Выпуск 3

А. И. Галочкин, Ю. В. Нестеренко, В. Г. Чирский, В. И. Салихов Андрей Борисович Шидловский	6
М. М. Анзин О плотности решетчатого покрытия для $n = 17$	35
И. И. Баврин Обратные задачи в интегральных формулах	70
В. И. Берник, А. Г. Гусакова, А. В. Устинов Распределение алгебраических точек в областях малой меры и вблизи поверхностей	78
Р. А. Вепринцев Оценка снизу константы Джексона в пространствах L_p на сфере с весом Данкля, связанным с группой диэдра	95
Н. М. Глазунов Экстремальные формы и жесткость в арифметической геометрии и в динамике	124
Н. М. Добровольский, Н. Н. Добровольский О минимальных многочленах остаточных дробей для алгебраических иррациональностей	147
До Дык Там Распределение нулей, лежащих на критической прямой, линейных комбинаций L -функций Дирихле	183
Р. А. Дохов Об одной задаче А. В. Малышева о целых точках на многомерных гиперболоидах	209
Р. А. Дохов, У. М. Пачев О взвешенном числе целых точек на некоторых многомерных гиперболоидах	219
А. А. Жукова, А. В. Шутов Бинарная аддитивная задача с числами специального вида	246
А. В. Жучок, Ю. В. Жучок Свободные коммутативные g -дименоиды	276
П. Л. Иванков О дифференцировании по параметру	285
П. Л. Иванков О совместных приближениях	295
М. Д. Ковалёв Напряжённосвязанные конструкции	306
Д. А. Малинин Об одной конструкции целочисленных представлений p -группы и её приложения	322

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 16 Выпуск 3 (2015)

УДК 512.57, 512.579

FREE COMMUTATIVE g -DIMONOIDS

A. V. Zhuchok, Yu. V. Zhuchok

Department of Algebra and System Analysis,
Luhansk Taras Shevchenko National University,
Gogol square, 1, Starobilsk, 92703, Ukraine
e-mail: zhuchok_a@mail.ru, yulia.mih@mail.ru

Abstract

A dialgebra is a vector space equipped with two binary operations \dashv and \vdash satisfying the following axioms:

(D1) $(x \dashv y) \dashv z = x \dashv (y \dashv z),$

(D2) $(x \dashv y) \dashv z = x \dashv (y \vdash z),$

(D3) $(x \vdash y) \dashv z = x \vdash (y \dashv z),$

(D4) $(x \dashv y) \vdash z = x \vdash (y \vdash z),$

(D5) $(x \vdash y) \vdash z = x \vdash (y \vdash z).$

This notion was introduced by Loday while studying periodicity phenomena in algebraic K -theory. Leibniz algebras are a non-commutative variation of Lie algebras and dialgebras are a variation of associative algebras. Recall that any associative algebra gives rise to a Lie algebra by $[x, y] = xy - yx$. Dialgebras are related to Leibniz algebras in a way similar to the relationship between associative algebras and Lie algebras. A dialgebra is just a linear analog of a dimonoid. If operations of a dimonoid coincide, the dimonoid becomes a semigroup. So, dimonoids are a generalization of semigroups.

Pozhidaev and Kolesnikov considered the notion of a 0-dialgebra, that is, a vector space equipped with two binary operations \dashv and \vdash satisfying the axioms (D2) and (D4). This notion have relationships with Rota-Baxter algebras, namely, the structure of Rota-Baxter algebras appearing on 0-dialgebras is known.

The notion of an associative 0-dialgebra, that is, a 0-dialgebra with two binary operations \dashv and \vdash satisfying the axioms (D1) and (D5), is a linear analog of the notion of a g -dimonoid. In order to obtain a g -dimonoid, we should omit the axiom (D3) of inner associativity in the definition of a dimonoid. Axioms of a dimonoid and of a g -dimonoid appear in defining identities of trialgebras and of trioids introduced by Loday and Ronco.

The class of all g -dimonoids forms a variety. In the paper of the second author the structure of free g -dimonoids and free n -nilpotent g -dimonoids was given. The class of all commutative g -dimonoids, that is, g -dimonoids with commutative operations, forms a subvariety of the variety of g -dimonoids. The free dimonoid in the variety of commutative dimonoids was constructed in the paper of the first author.

In this paper we construct a free commutative g -dimonoid and describe the least commutative congruence on a free g -dimonoid.

Keywords: dimonoid, g -dimonoid, commutative g -dimonoid, free commutative g -dimonoid, semigroup, congruence.

Bibliography: 15 titles.

2010 Mathematics Subject Classification: 08B20, 20M10, 20M50, 17A30, 17A32.

СВОБОДНЫЕ КОММУТАТИВНЫЕ g -ДИМОНОИДЫ

Анатолий В. Жучок, Юлия В. Жучок

Кафедра алгебры и системного анализа,
Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко,
площадь Гоголя, 1, Старобельск, 92703, Украина
e-mail: zhuchok_a@mail.ru, yulia.mih@mail.ru

Аннотация

Диалгеброй называется векторное пространство, снабжённое двумя бинарными операциями \dashv и \vdash , удовлетворяющими следующим аксиомам:

$$(D1) \quad (x \dashv y) \dashv z = x \dashv (y \dashv z),$$

$$(D2) \quad (x \dashv y) \dashv z = x \dashv (y \vdash z),$$

$$(D3) \quad (x \vdash y) \dashv z = x \vdash (y \dashv z),$$

$$(D4) \quad (x \dashv y) \vdash z = x \vdash (y \vdash z),$$

$$(D5) \quad (x \vdash y) \vdash z = x \vdash (y \vdash z).$$

Это понятие было введено Лодэ во время изучения феномена периодичности в алгебраической K -теории. Алгебры Лейбница являются некоммутативной версией алгебр Ли, а диалгебры – версией ассоциативных алгебр. Напомним, что любая ассоциативная алгебра даёт алгебру Ли, если положить $[x, y] = xy - yx$. Диалгебры связаны с алгебрами Лейбница аналогично тому как связаны между собой ассоциативные алгебры и алгебры Ли. Диалгебра является линейным аналогом димоноида. Если операции димоноида совпадают, то он превращается в полугруппу. Таким образом, димоноиды обобщают полугруппы.

Пожидаев и Колесников рассмотрели понятие 0-диалгебры, то есть векторного пространства, снабжённого двумя бинарными операциями \dashv и \vdash , удовлетворяющими аксиомам (D2) и (D4). Это понятие имеет связи с алгебрами Рота-Бакстера, а именно известна структура алгебр Рота-Бакстера, возникающих на 0-диалгебрах.

Понятие ассоциативной 0-диалгебры, то есть 0-диалгебры с двумя бинарными операциями \dashv и \vdash , удовлетворяющими аксиомам (D1) и (D5), является линейным аналогом понятия g -димоноида. Для того, чтобы получить g -димонOID, мы должны опустить аксиому (D3) внутренней ассоциативности в определении димоноида. Аксиомы димоноида и g -димоноида появляются в тождествах триалгебр и триоидов, введенных Лодэ и Ронко.

Класс всех g -димонOIDов образует многообразие. Строение свободных g -димонOIDов и свободных n -нильпотентных g -димонOIDов было описано в статье второго автора. Класс всех коммутативных g -димонOIDов, то есть g -димонOIDов с коммутативными операциями, образует подмногообразие многообразия g -димонOIDов. Свободный димонOID в многообразии коммутативных димонOIDов был построен в статье первого автора.

В этой статье мы строим свободный коммутативный g -димонOID, а также описываем наименьшую коммутативную конгруэнцию на свободном g -димонOIDе.

Ключевые слова: димонOID, g -димонOID, коммутативный g -димонOID, свободный коммутативный g -димонOID, полугруппа, конгруэнция.

Библиография: 15 названий.

2010 Mathematics Subject Classification: 08B20, 20M10, 20M50, 17A30, 17A32.

1. Introduction and preliminaries

Pozhidaev [1] and Kolesnikov [2] considered the notion of a 0-dialgebra. This notion have relationships with associative dialgebras [3–6] and Rota-Baxter algebras [1]. The notion of an associative 0-dialgebra, that is, a 0-dialgebra with two binary associative operations, is a linear analog of the notion of a g -dimonoid. In order to obtain a g -dimonoid, we should omit the axiom of inner associativity in the definition of a dimonoid [7]. The class of all g -dimonoids forms a variety. Free g -dimonoids and free n -nilpotent g -dimonoids were constructed in [8, 9] and [9], respectively. Axioms of a g -dimonoid also appear in defining identities of trialgebras and of trioids [10–12].

The class of all commutative g -dimonoids, that is, g -dimonoids with commutative operations, forms a subvariety of the variety of g -dimonoids. The free dimonoid in the variety of commutative dimonoids was constructed in [13]. In this paper we construct a free commutative g -dimonoid (Theorem 1) and describe the least commutative congruence on a free g -dimonoid (Theorem 2).

To make the paper almost self-contained, we recall basic definitions that will be used later.

A nonempty set equipped with two binary operations \dashv and \vdash satisfying the axioms (D1)–(D5) is called a dimonoid. For a general introduction and basic theory see [3, 7, 14]. A nonempty set equipped with two binary operations \dashv and \vdash satisfying the axioms (D1), (D2), (D4), (D5) is called a generalized dimonoid or simply a g -dimonoid for short. It is obvious that any dimonoid is a g -dimonoid. Other examples of g -dimonoids can be found in [3, 7–9, 13–15]. Independence of axioms of a g -dimonoid follows from independence of axioms of a dimonoid [7].

If $f : D_1 \rightarrow D_2$ is a homomorphism of g -dimonoids, then the corresponding congruence on D_1 will be denoted by Δ_f .

2. The main result

In this section we construct a free commutative g -dimonoid.

A g -dimonoid (D, \dashv, \vdash) will be called commutative, if both semigroups (D, \dashv) and (D, \vdash) are commutative. A g -dimonoid which is free in the variety of commutative g -dimonoids will be called a free commutative g -dimonoid.

Now we give a new example of a g -dimonoid. Let A be an arbitrary nonempty set and $\overline{A} = \{\tilde{x} \mid x \in A\}$. For every $x \in A$ assume $\tilde{\tilde{x}} = x$ and introduce a map $\alpha = \alpha_A : A \cup \overline{A} \rightarrow A$ by the following rule:

$$y\alpha = \begin{cases} y, & y \in A, \\ \tilde{y}, & y \in \overline{A}. \end{cases}$$

Let further S be an arbitrary semigroup. Define operations \dashv and \vdash on $S \cup \overline{S}$ by

$$a \dashv b = (a\alpha_S)(b\alpha_S), \quad a \vdash b = \overline{(a\alpha_S)(b\alpha_S)}$$

for all $a, b \in S \cup \overline{S}$. Denote $(S \cup \overline{S}, \dashv, \vdash)$ by $S^{(\alpha)}$.

LEMMA 1. $S^{(\alpha)}$ is a g -dimonoid but not a dimonoid.

Proof. The proof follows by a routine verification. □

Evidently, if S is commutative, then $S^{(\alpha)}$ is a commutative g -dimonoid. If X is a generating set for a semigroup S , then, obviously, $S^{(\alpha)} \setminus \overline{X}$ is a g -subdimonoid of $S^{(\alpha)}$ generated by X . Denote by $FCgD(X)$ the g -dimonoid $S^{(\alpha)} \setminus \overline{X}$ in which S is the free commutative semigroup on X .

THEOREM 1. $FCgD(X)$ is the free commutative g -dimonoid.

Proof. Show that $FCgD(X)$ is free in the variety of commutative g -dimonoids.

Let (G, \dashv', \vdash') be an arbitrary commutative g -dimonoid, $\psi : X \rightarrow G$ be an arbitrary map and $x_i, y_j \in X, i \in \{1, 2, \dots, m\}, j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Define a map

$$\xi : FCgD(X) \rightarrow (G, \dashv', \vdash') : w \mapsto w\xi, \quad \text{assuming}$$

$$w\xi = \begin{cases} x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi, & w = x_1\dots x_m, m \geq 1, \\ x_1\psi \vdash' \dots \vdash' x_m\psi, & w = \overline{x_1\dots x_m}, m > 1. \end{cases}$$

Further prove that ξ is a homomorphism.

Let $w, u \in FCgD(X)$. In the case $w = \overline{x_1\dots x_m}$, $u = \overline{y_1\dots y_n}$ obtain

$$\begin{aligned} (w \dashv u)\xi &= x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi \dashv' y_1\psi \dashv' \dots \dashv' y_n\psi = \\ &= (x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi) \dashv' (y_1\psi \vdash' \dots \vdash' y_n\psi) = \\ &= (y_1\psi \vdash' \dots \vdash' y_n\psi) \dashv' (x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi) = \\ &= (y_1\psi \vdash' \dots \vdash' y_n\psi) \dashv' (x_1\psi \vdash' \dots \vdash' x_m\psi) = \\ &= (x_1\psi \vdash' \dots \vdash' x_m\psi) \dashv' (y_1\psi \vdash' \dots \vdash' y_n\psi) = \\ &= \overline{x_1\dots x_m}\xi \dashv' \overline{y_1\dots y_n}\xi = w\xi \dashv' u\xi. \end{aligned}$$

For $w = \overline{x_1\dots x_m}$, $u = y_1\dots y_n$ get

$$\begin{aligned} (w \dashv u)\xi &= x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi \dashv' y_1\psi \dashv' \dots \dashv' y_n\psi = \\ &= (y_1\psi \dashv' \dots \dashv' y_n\psi) \dashv' (x_1\psi \dashv' \dots \dashv' x_m\psi) = \\ &= (y_1\psi \dashv' \dots \dashv' y_n\psi) \dashv' (x_1\psi \vdash' \dots \vdash' x_m\psi) = \\ &= (x_1\psi \vdash' \dots \vdash' x_m\psi) \dashv' (y_1\psi \dashv' \dots \dashv' y_n\psi) = \\ &= \overline{x_1\dots x_m}\xi \dashv' (y_1\dots y_n)\xi = w\xi \dashv' u\xi. \end{aligned}$$

The remaining two cases are considered in a similar way. So, $(w \dashv u)\xi = w\xi \dashv' u\xi$ for all $w, u \in FCgD(X)$.

Similarly, one can check that $(w \vdash u)\xi = w\xi \vdash' u\xi$ for all $w, u \in FCgD(X)$.

Consequently, ξ is a homomorphism and $FCgD(X)$ is the free commutative g -dimonoid. \square

If N_+ is the additive semigroup of all positive integers, obviously, $N_+^{(\alpha)} \setminus \{\overline{1}\}$ is the free commutative g -dimonoid of rank 1.

It is not difficult to see that the automorphism group of the free commutative g -dimonoid $FCgD(X)$ is isomorphic to the symmetric group on X and semigroups of $FCgD(X)$ are isomorphic.

We conclude this section with some additional property of g -dimonoids.

LEMMA 2. *Operations of a g -dimonoid (D, \dashv, \vdash) with a commutative idempotent operation \dashv (respectively, \vdash) coincide.*

Proof. For all $x, y, z \in D$ we have

$$\begin{aligned} x \vdash y &= (x \vdash y) \dashv (x \vdash y) = (x \vdash y) \dashv (x \dashv y) = \\ &= (x \dashv y) \dashv (x \vdash y) = (x \dashv y) \dashv (x \dashv y) = x \dashv y \end{aligned}$$

according to the idempotency, the commutativity of \dashv and the axioms (D1), (D2) of a g -dimonoid. The case with the operation \vdash is proved similarly. \square

From Lemma 2 it follows that there do not exist commutative g -dimonoids with different idempotent operations.

3. The least commutative congruence on a free g -dimonoid

In this section we present the least commutative congruence on a free g -dimonoid.

If ρ is a congruence on a g -dimonoid (D, \dashv, \vdash) such that $(D, \dashv, \vdash)/\rho$ is a commutative g -dimonoid, we say that ρ is a commutative congruence.

In our next result we need the following construction.

Let X be an arbitrary nonempty set and let w be an arbitrary word in the alphabet X . The length of w will be denoted by $l(w)$. Let further T be the free monoid on the two-element set $\{a, b\}$, $\theta \in T$ be an empty word and $*$ denotes the operation on T . By definition, $l(\theta) = 0$. For every $u \in T \setminus \{\theta\}$ denote the last letter of u by $u^{(1)}$. Define operations \dashv and \vdash on T , assuming

$$u_1 \dashv u_2 = u_1 * a^{l(u_2)+1}, \quad u_1 \vdash u_2 = u_2 * b^{l(u_1)+1}$$

for all $u_1, u_2 \in T$. The obtained algebra is denoted by $T_a^b(1)$.

Let $F[X]$ be the free semigroup on X and

$$XT_a^b(1) = \{(w, u) \in F[X] \times T_a^b(1) \mid l(w) - l(u) = 1\}.$$

By Theorem 1 from [9] $XT_a^b(1)$ is the free g -dimonoid.

THEOREM 2. *Let $XT_a^b(1)$ be the free g -dimonoid and $FCgD(X)$ be the free commutative g -dimonoid. A map*

$$\beta : XT_a^b(1) \rightarrow FCgD(X) :$$

$$(w, u) \mapsto (w, u)\beta = \begin{cases} \bar{w}, & u^{(1)} = b, \\ w & \text{otherwise} \end{cases}$$

is an epimorphism inducing the least commutative congruence on $XT_a^b(1)$.

Proof. Take arbitrary elements $(w_1, u_1), (w_2, u_2) \in XT_a^b(1)$. We have

$$\begin{aligned} ((w_1, u_1) \dashv (w_2, u_2))\beta &= (w_1 w_2, u_1 * a^{l(u_2)+1})\beta = \\ &= w_1 w_2 = (w_1, u_1)\beta \dashv (w_2, u_2)\beta, \\ ((w_1, u_1) \vdash (w_2, u_2))\beta &= (w_1 w_2, u_2 * b^{l(u_1)+1})\beta = \\ &= \overline{w_1 w_2} = (w_1, u_1)\beta \vdash (w_2, u_2)\beta. \end{aligned}$$

Thus, β is a homomorphism.

Let $FC[X]$ be the free commutative semigroup on X and $\omega, x \in FC[X]$, where $l(\omega) > 1$ and $l(x) = 1$. For elements $\omega, \bar{\omega}, x \in FCgD(X)$ there exist elements $(\omega, ua), (\omega, ub), (x, \theta) \in XT_a^b(1)$, where $u \in T$, such that

$$(\omega, ua)\beta = \omega, \quad (\omega, ub)\beta = \bar{\omega}, \quad (x, \theta)\beta = x.$$

So, β is surjective. By Theorem 1 $FCgD(X)$ is the free commutative g -dimonoid. Then Δ_β is the least commutative congruence on $XT_a^b(1)$. \square

Let α be an arbitrary fixed congruence on $F[X]$. Define a relation α' on $XT_a^b(1)$ by

$$(w_1, u_1)\alpha'(w_2, u_2) \Leftrightarrow w_1 \alpha w_2$$

for all $(w_1, u_1), (w_2, u_2) \in XT_a^b(1)$.

It is not hard to prove the following lemma.

LEMMA 3. *The relation α' is a congruence on the free g -dimonoid $XT_a^b(1)$. Besides, operations of $XT_a^b(1)/\alpha'$ coincide.*

From Lemma 3 we obtain

COROLLARY 1. *If α is a diagonal of $F[X]$, then $XT_a^b(1)/\alpha'$ is the free semigroup.*

4. Conclusions

In this paper we consider g -dimonoids which are sets with two binary associative operations satisfying additional axioms. Dimonoids in the sense of Loday are examples of g -dimonoids. The main result of this paper is the construction of a free commutative g -dimonoid. We also present the least commutative congruence on a free g -dimonoid.

REFERENCES

1. Pozhidaev, A. P. 2009, “0-dialgebras with bar-unity and nonassociative Rota-Baxter algebras”, *Sib. Math. J.*, vol. 50, no. 6, pp. 1070–1080.
2. Kolesnikov, P. S. 2008, “Varieties of dialgebras and conformal algebras”, *Sib. Math. J.*, vol. 49, no. 2, pp. 257–272.
3. Loday, J.-L. 2001, “Dialgebras. In: Dialgebras and related operads”, *Lecture Notes in Math., Berlin: Springer-Verlag*, vol. 1763, pp. 7–66.
4. Frabetti, A. 2001, “Dialgebra (co)homology with coefficients. In: Dialgebras and related operads”, *Lecture Notes in Math., Berlin: Springer-Verlag*, vol. 1763, pp. 67–103.
5. Bokut, L. A., Chen, Y. & Liu, C. 2010, “Gröbner-Shirshov bases for dialgebras”, *Int. J. Algebra Comput.*, vol. 20, no. 3, pp. 391–415.
6. Kolesnikov, P. S. & Voronin, V. Yu. 2013, “On the special identities for dialgebras”, *Linear and Multilinear Algebra*, vol. 61, no. 3, pp. 377–391.

7. Zhuchok, A. V. 2011, “Dimonoids”, *Algebra and Logic*, vol. 50, no. 4, pp. 323–340.
8. Movsisyan, Y., Davidov, S. & Safaryan, Mh. 2014, “Construction of free g -dimonoids”, *Algebra and Discrete Math.*, vol. 18, no. 1, pp. 138–148.
9. Zhuchok, Yul. V. 2014, “On one class of algebras”, *Algebra and Discrete Math.*, vol. 18, no. 2, pp. 306–320.
10. Loday, J.-L. & Ronco, M. O. 2004, “Tri-algebras and families of polytopes”, *Contemp. Math.*, vol. 346, pp. 369–398.
11. Casas, J. M. 2006, “Tri-algebras and Leibniz 3-algebras”, *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana*, vol. 12, no. 2, pp. 165–178.
12. Zhuchok, A. V. 2014, “Semiretractions of trioids”, *Ukr. Math. J.*, vol. 66, no. 2, pp. 218–231.
13. Zhuchok, A. V. 2010, “Free commutative dimonoids”, *Algebra and Discrete Math.*, vol. 9, no. 1, pp. 109–119.
14. Zhuchok, A. V. 2014, “Elements of dimonoid theory”, *Mathematics and its Applications. Proceedings of Institute of Mathematics of NAS of Ukraine, Kiev*, vol. 98, 304 p. (in Ukrainian).
15. Zhuchok, A. V. 2011, “Semilattices of subdimonoids”, *Asian-Eur. J. Math.*, vol. 4, no. 2, pp. 359–371.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pozhidaev A. P. 0-dialgebras with bar-unity and nonassociative Rota-Baxter algebras // *Sib. Math. J.* 2009. Vol. 50, no. 6. P. 1070–1080.
2. Kolesnikov P. S. Varieties of dialgebras and conformal algebras // *Sib. Math. J.* 2008. Vol. 49, no. 2. P. 257–272.
3. Loday J.-L. Dialgebras. In: *Dialgebras and related operads* // *Lecture Notes in Math.* Berlin: Springer-Verlag. 2001. Vol. 1763. P. 7–66.
4. Frabetti A. Dialgebra (co)homology with coefficients. In: *Dialgebras and related operads* // *Lecture Notes in Math.* Berlin: Springer-Verlag. 2001. Vol. 1763. P. 67–103.
5. Bokut L. A., Chen Y., Liu C. Gröbner-Shirshov bases for dialgebras // *Int. J. Algebra Comput.* 2010. Vol. 20, no. 3. P. 391–415.

6. Kolesnikov P. S., Voronin V. Yu. On the special identities for dialgebras // *Linear and Multilinear Algebra*. 2013. Vol. 61, no. 3. P. 377–391.
7. Zhuchok A. V. Dimonoids // *Algebra and Logic*. 2011. Vol. 50, no. 4. P. 323–340.
8. Movsisyan Y., Davidov S., Safaryan Mh. Construction of free g -dimonoids // *Algebra and Discrete Math*. 2014. Vol. 18, no. 1. P. 138–148.
9. Zhuchok Yul. V. On one class of algebras // *Algebra and Discrete Math*. 2014. Vol. 18, no. 2. P. 306–320.
10. Loday J.-L., Ronco M. O. Trialgebras and families of polytopes // *Contemp. Math*. 2004. Vol. 346. P. 369–398.
11. Casas J. M. Trialgebras and Leibniz 3-algebras // *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana*. 2006. Vol. 12, no. 2. P. 165–178.
12. Zhuchok A. V. Semiretractions of trioids // *Ukr. Math. J*. 2014. Vol. 66, no. 2. P. 218–231.
13. Zhuchok A. V. Free commutative dimonoids // *Algebra and Discrete Math*. 2010. Vol. 9, no. 1. P. 109–119.
14. Жучок А. В. Елементи теорії дімоноїдів // *Математика та її застосування. Праці Інституту математики НАН України, Київ*. 2014. Т. 98. 304 с.
15. Zhuchok A. V. Semilattices of subdimonoids // *Asian-Eur. J. Math*. 2011. Vol. 4, no. 2. P. 359–371.

Луганский национальный университет имени Тараса Шевченко, Украина.
Получено 01.07.2015

TABLE OF CONTENTS

Volume 16 Issue 3

СОДЕРЖАНИЕ	4
A. I. Galochkin, Yu. V. Nesterenko, V. G. Chirskiy, V. I. Salikhov Andrei Borisovich Shidlovskii	6
M. M. Anzin On the density of a lattice covering for $n = 17$	35
I. I. Bavrin Inverse problems in integral formulas	70
V. I. Bernik, A. G. Gusakova, A. V. Ustinov Distribution of algebraic points in domains of small measure and near the surfaces	78
R. A. Veprintsev Lower estimate of Jackson's constant in L_p -spaces on the sphere with Dunkl weight function associated with dihedral group	95
N. M. Glazunov Extremal forms and rigidity in arithmetic geometry and in dynamics	124
N. M. Dobrovol'skii, N. N. Dobrovol'skii About minimal polynomial residual fractions for algebraic irrationalities	147
Do Duc Tam Distribution of the zeros of linear combinations of L -Dirichlet functions lying on the critical line	183
R. A. Dokhov On a problem of Malyshev A. V. of integer points on multidimensional hyperboloids	209
R. A. Dokhov, U. M. Pachev On the weighted number of integer points on some multidimensional hyperboloids	219
A. A. Zhukova, A. V. Shutov Binary additive problem with numbers of special type	246
A. V. Zhuchok, Yu. V. Zhuchok Free commutative g -dimonoids	276
P. L. Ivankov On differentiation with respect to parameter	285
P. L. Ivankov On simultaneous approximations	295
M. D. Kovalev On tensegrity frameworks	306