Библиотека Чебышевского сборника

Министерство образования и науки Российской Федерации
Российская академия наук
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Московский педагогический государственный университет
Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого
Тульский государственный университет
Чебышевский фонд

Материалы XIII Международной конференции Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения, посвященной восьмидесятипятилетию со дня рождения профессора Сергея Сергеевича Рышкова

Тула, 25-30 мая 2015 года

Тула 2015

ББК 22.13
УДК 511
Ч34

Председатель программного комитета Чубариков В. Н.

Сопредседатели программного комитета
академик Платонов В. П.
член-корреспондент Бухштабер В. М.

Ответственный секретарь Добровольский Н. М.

Программный комитет: Артамонов В. А. (Москва), Балаба И. Н. (Тула), Безверхний В. Н. (Тула), Берник В. И. (Минск, Белоруссия), Быковский В. А. (Хабаровск), Гашков С. Б. (Москва), Глухов М. М. (Москва), Гриценко С. А. (Москва), П. Грубер (Вена, Австрия), Деза М. (Париж, Франция), Демидов С. С. (Москва), Долбилин Н. П. (Москва), Есаян А. Р. (Тула), Зайцев М. В. (Москва), Зубков А. М. (Москва), Карташов В. К. (Волгоград), Касьянов П. О. (Киев, Украина), Ковалев М. Д. (Москва), Кузнецов В. Н. (Саратов), Латышев В. Н. (Москва), Лауринчикас А. (Вильнюс, Литва), Макаров В. С. (Москва), Мальцев А. А. (Москва), Михалёв А. В. (Москва), Мищенко С. П. (Ульяновск), Нестеренко Ю. В. (Москва), Нижников А. И. (Москва), Рахмонов З. Х. (Душанбе, Таджикистан), Фомин А. А. (Москва), Чирский В. Г. (Москва), Шмелькин А. Л. (Москва), Штогрин М. И. (Москва), Эрдал Р. (Кингстон, Канада).

Материалы XIII Международной конференции Алгебра,теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения, посвященной восьмидесятипятилетию со дня рождения профессора Сергея Сергеевича Рышкова

Ч34 Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2015. – 408 с.

ISBN 5–87954–388–9

ББК 22.13
УДК 511

Выпуск осуществлен при финансовой поддержке РФФИ, грант № 15-01-20264г.

ISBN 5–87954–388–9

UDK 512.579

On free n-nilpotent trioids

Yul. V. Zhuchok (Starobilsk, Ukraine)
yulia.mih@mail.ru

An element 0 of a trioid $(T, \dashv, \vdash, \perp)$ (see, e.g., [1, 2]) is called zero, if $x * 0 = 0 * x = 0 * 0 = 0$ for all $x \in T$ and $* \in \{\dashv, \vdash, \perp\}$.

As usual, $\mathbb{N}$ denotes the set of all positive integers. A trioid $(T, \dashv, \vdash, \perp)$ with zero will be called nilpotent, if for some $n \in \mathbb{N}$ and any $x_i \in T$, $1 \leqslant i \leqslant n+1$, and $*_j \in \{\dashv, \vdash, \perp\}$, $1 \leqslant j \leqslant n$, any parenthesizing of

$$x_1 *_1 x_2 *_2 \ldots *_n x_{n+1}$$

gives $0 \in T$. The least such n we shall call the nilpotency index of $(T, \dashv, \vdash, \perp)$. For $k \in \mathbb{N}$ a nilpotent trioid of nilpotency index $\leqslant k$ is said to be k-nilpotent.

It is clear that operations of any 1-nilpotent trioid coincide and it is a zero semigroup.

The class of all n-nilpotent trioids forms a subvariety of the variety of all trioids. A trioid which is free in the variety of n-nilpotent trioids will be called a free n-nilpotent trioid.

Let Y be an arbitrary nonempty set, $\overline{Y} = \{\overline{x} \,|\, x \in Y\}$, $X = Y \cup \overline{Y}$ and $F[X]$ be the free semigroup on X. For every $w \in F[X]$ denote the length of w by l_w. Let further $P \subset F[X]$ be the subsemigroup which contains words w with the element $\overline{x}$ $(x \in Y)$ occuring in w at least one time. For every $w \in P$ denote by $\widetilde{w}$ the word obtained from w by change of all letters $\overline{x}$ $(x \in Y)$ by x.

Let $n \in \mathbb{N}$ and $P_n \subset P$ be the set which contains words w with the length no more than n. Define operations $\prec, \succ$ and $\uparrow$ on the set $P_n \cup \{0\}$ by

$$w \prec u = \begin{cases} w\widetilde{u}, & l_{wu} \le n, \\ 0, & l_{wu} > n, \end{cases} \qquad w \succ u = \begin{cases} \widetilde{w}u, & l_{wu} \le n, \\ 0, & l_{wu} > n, \end{cases}$$

$$w \uparrow u = \begin{cases} wu, & l_{wu} \le n, \\ 0, & l_{wu} > n, \end{cases} \qquad w * 0 = 0 * w = 0 * 0 = 0$$

for all $w, u \in P_n$ and $* \in \{\prec, \succ, \uparrow\}$. Denote the algebra $(P_n \cup \{0\}, \prec, \succ, \uparrow)$ by $P_n^0(Y)$.

Theorem 1. *$P_n^0(Y)$ is the free n-nilpotent trioid.*

In addition, we introduce the notion of a 0-triband of subtrioids and in terms of 0-tribands of subtrioids describe the structure of free n-nilpotent trioids. We also characterize the least n-nilpotent congruence on a free trioid and give examples of nilpotent trioids of nilpotency index 2.

REFERENCES

1. Loday J.-L., Ronco M. O., Trialgebras and families of polytopes // Contemp. Math. 2004. Vol. 346. P. 369–398.

2. Zhuchok A. V., Semiretractions of trioids // Ukr. Math. J. 2014. Vol. 66, no. 2. P. 218–231.

Luhansk Taras Shevchenko National University
Received 27.03.2015

УДК 512.57

Тождества и квазитождества унарных алгебр

В. К. Карташов (Волгоград)
kartashovvk@yandex.ru

Пусть $\mathfrak{M}$ – многообразие алгебраических систем произвольной сигнатуры Ω и $T_v(\mathfrak{M})$ – эквациональная теория класса $\mathfrak{M}$ (т.е.совокупность всех тождеств сигнатуры Ω, истинных на классе $\mathfrak{M}$). Подмножество $\Sigma \subseteq T_v(\mathfrak{M})$ называется *базисом тождеств* многообразия $\mathfrak{M}$, если класс всех алгебраических систем, на котором истинны все тождества из Σ совпадает с $\mathfrak{M}$.

Базис Σ называется *независимым*, если для любого $\varphi \in \Sigma$ найдется влгебраическая система A сигнатуры Ω, на которой все тождества из $\Sigma \setminus \{\varphi\}$ истинны, а φ – ложно. Аналогично определяется базис тождеств, квазитождеств, антитождеств и других формул.

В 1935 г. Г. Биркгоф доказал [1], что всякая конечная унарная алгебра с конечным числом операций имеет конечный базис тождеств. Автором в [2] показано, что любое многообразие коммутативных унарных алгебр с конечным числом операций также имеет конечный базис тождеств.

В 1951 г. Р. Г. Линдоном [3] показано, что любая двухэлементная алгебра произвольной сигнатуры имеет конечный базис тождеств.

В дальнешем было установлено также (см., например, [4]), что вопросы о существовании различных базисов квазитождеств квазимногообразий тесно связаны со свойствами решеток подквазимногообразий алгебраических систем.

В. А. Горбуновым в [4] приведен пример трехэлементной унарной алгебры с двумя операциями, не имеющей независимого базиса квазитождеств.

Автором в [5] показано, что каждый конечный унар имеет конечный базис квазитождеств. В [6] им доказано, что каждое квазимногообразие унаров, содержащее лишь конечное число циклов, имеет независимый базис квазитождеств. Отсюда, в частности, следует, что любой конечнопорожденный унар имеет независимый базис квазитождеств. В этой же работе построен алгоритм нахождения независимого базиса квазитождеств конечнопорожденного унара, а также – приведены некоторые факты о свойствах решеток квазимногообразий унаров.

Е. И. Компанцева Умножения на абелевых группах без кручения конечного ранга 79

Н. И. Крючков Факторно делимые абелевы группы и их группы характеров 81

В. М. Левчук, Г. С. Сулейманова Большие абелевы подалгебры алгебр Шевалле и большие абелевы подгруппы конечных групп лиева типа 83

Е. С. Логачева Теорема Магнуса для древесного произведения свободных групп с циклическим объединением 84

Ю. В. Лыткин О конечных группах, изоспектральных простой группе $U_3(3)$ 87

D. Malinin On integral representations of finite groups 89

Н. В. Маслова О порождаемости парой сопряженных элементов некоторых минимальных относительно простого спектра групп 90

В. С. Монахов, О. А. Шпырко О p-длине конечной группы с минимальной несверхразрешимой холловой подгруппой 92

А. И. Некрицухин О точности одного представления 94

А. И. Нижников Полупростые группы ранга I и связанные с ними специальные функции 94

Э. М. Пальчик Абелевость некоторых холловых подгрупп групп $Chev(r)$ 97

А. В. Розов Аппроксимационные свойства некоторых обобщенных свободных произведений групп 99

Е. В. Соколов Нильпотентная аппроксимируемость некоторых свободных конструкций групп 101

A. M. Staroletov On finite groups isospectral to simple linear groups 103

С. Р. Султанов К условию максимальности для подгрупп локально разрешимой группы 104

Е. А. Туманова Об аппроксимируемости корневыми классами обобщенных свободных произведений 105

В. Х. Фарукшин О нильпотентных эндоморфизмах p-локальных групп без кручения 108

Полугруппы и универсальные алгебры 109

И. В. Барков Оценка диагональных рангов 3-нильпотентных полугрупп 109

А. Р. Гайнуллина Многообразие алгебр над операдой полых кубов 110

Yul. V. Zhuchok On free n-nilpotent trioids 113

В. К. Карташов Тождества и квазитождества унарных алгебр 114